С учетом этого нами получены формулы для установления всех элементов матриц преобразования координат точек в системах $S\,(XYZ)$, $G\,(BLH)$, $P\,(xyz)$ (табл. 1, 2, 3).

Правильность вычисления поправок в разных системах координат может быть установлена совпадением значений пространственного отрезка

$$dD = \sqrt{dX^2 + dY^2 + dZ^2};$$

$$dD = \sqrt{\left(\frac{R}{\rho}\,dB\right)^2 + \left(\frac{R}{\rho}\,dL\cos B\right)^2 + dH^2};$$

$$dD = \sqrt{dx^2 + dy^2 + dz^2}. \qquad (1)$$

Алгоритм преобразования дифференциальных поправок координат точек реализован в соответствующем программном комплексе.

На основании выполненных исследований можно сделать следующие выводы:

получены матрицы преобразования координат точек, элементы которых выражены в различных системах координат: $S\,(XYZ)$, $G\,(BLH)$, $P\,(xyz)$;

установлены зависимости, связывающие матрицы преобразования координат;

экспериментально подтверждено, что значения дифференциальных поправок, полученных с использованием матриц преобразования координат, выраженных в различных системах, практически совпадают между собой; расхождения пространственных отрезков, полученных по формулам (1), с их точными значениями не превышают 2 мм в линейной мере и 0,0001″ в градусной;

наличие матриц преобразования поправок в одной из выбранных систем координат позволяет без дополнительных громоздких вычислений получить соответствующие поправки в двух других системах, т. е. практически одновременно осуществить уравнивание в этих системах;

полученный алгоритм может быть использован для совместного уравнивания спутниковых и традиционных геодезических измерений при использовании различных сочетаний систем координат:

$S\,(XYZ) — G\,(BLH) — P\,(xyz)$;

$S\,(XYZ) — G\,(BLH)$;

$S\,(XYZ) — P\,(xyz)$;

$G\,(BLH) — P\,(xyz)$.

СПИСОК ЛИТЕРАТУРЫ

1. *Бойко Е. Г., Зимин В. М., Годжаманов М. Г.* Методы совместной обработки локальных наземных и спутниковых геодезических сетей // Геодезия и картография. — 2000. — № 8. — С. 11—18.

2. *Шануров Г. А., Шакмеев Р. Р., Шакмеева А. М.* Влияние трансформирования на точность векторов баз геодезической сети, создаваемой спутниковой системой позиционирования // Геодезия и картография. — 1999. — № 6. — С. 15—19.

УДК 528.1

© М. Д. Герасименко, Н. В. Шестаков, Минору Касахара, 2002

Каких неприятностей можно ждать от зависимых измерений?

М. Д. ГЕРАСИМЕНКО, Н. В. ШЕСТАКОВ (Россия), МИНОРУ КАСАХАРА (Япония)

В связи с широким внедрением в практику GPS-технологий интерес к применению теории уравнивания зависимых измерений существенно возрос. Проблема состоит в том, что при относительном GPS-позиционировании измерения оказываются коррелированными из-за практически одинакового влияния атмосферы на распространение радиоволн в пунктах наблюдений, работы с одним и тем же созвездием спутников и т. д. Это влияние иногда учитывают путем введения в математическую обработку корреляционной матрицы измерений, коэффициенты корреляции которой рассчитывают исходя из тех или иных эмпирических и теоретических соображений, зачастую интуитивных, которые далеко не всегда отражают реальное положение дел [2, 4]. Так, например, в работе [4] для коэффициентов корреляции предлагается формула

$$r_{ij} = \frac{L^2}{L^2 + (d_i - d_j)^2}, \qquad (1)$$

где L — шкалирующее расстояние; $d_i - d_j$ — расстояние между геодезическими пунктами i и j.

Величина r_{ij} в некоторых ситуациях может оказаться очень большой. Так, при $L = 5$ км, как принято в работе [4], и $d_i - d_j = 1$ км получим $r_{ij} = 0{,}96$. Такие значительные коэффициенты корреляции могут непредсказуемо влиять на расчеты, и конечный результат окажется просто абсурдным. Между тем в литературе мы не нашли практически никаких исследований или даже намеков на существование подобных эффектов.

Сложность ситуации объясняется, по-видимому, тем, что размерность задачи (корреляционной матрицы) достаточно велика и все детали вычислений, которых очень много, осуществляются на компьютерах и оказываются скрытыми от исследователей. Искусственное «повышение» точности конечных результатов трактуется как корректность выбора той или иной функции для учета коррелированности. На самом же деле оно может быть обусловлено лишь чисто формальным приемом, ничего общего не имеющим с физикой процесса!

Мы столкнулись с этим явлением при разработке программы для оптимального проектирования GPS-профилей, предназначенных для изучения механики разломов и прогноза землетрясений. За основу нами была принята методика проектирования, изложенная в работе [3]. По формуле (1) рассчитывались коэффициенты корреляции с целью учета возможной зависимости GPS-измерений. Упомянутое выше необычное влияние коэффициентов корреляции проявилось в том, что при удалении из схемы проектируемой сети малоинформативных GPS-станций (понижением весов измерений до несущественного уровня) точность получения параметров разлома земной коры повышалась, что не согласуется со здравым смыслом!

В ходе изучения научной литературы по данному вопросу каких-либо существенно новых результатов в области исследования теории ошибок зависимых измерений и их обработки за последние десятилетия нами обнаружено не было. Положение практически осталось тем же, что зафиксировано в известной монографии Ю. В. Кемница [1]: «...этот недостаток классической теории ошибок измерений устранен путем формального ее перенесения на зависимые измерения посредством корреляционной теории». Но такое «формальное» использование учета зависимости измерений, как показано нами ниже на элементарных примерах, может привести к совершенно непредсказуемым результатам.

Рассмотрим порядок обработки ряда зависимых неравноточных измерений $Y = (y_1, y_2, \ldots, y_n)^{\mathrm{T}}$ одной величины y. Матрица весовых коэффициентов вектора измерений

$$Q = P^{-1/2} R P^{-1/2}, \qquad (2)$$

где $P = \operatorname{diag}(p_1, p_2, \ldots, p_n)$ — диагональная весовая матрица; R — корреляционная матрица, содержащая на диагонали единицы, а внедиагональные коэффициенты r_{ij} равны коэффициентам корреляции измерений y_i и y_j.

Решение методом наименьших квадратов системы уравнений поправок

$$A y - Y = V \qquad (3)$$

дает оценку искомой величины

$$\hat{y} = (A^{\mathrm{T}} Q^{-1} A)^{-1} A^{\mathrm{T}} Q^{-1} Y, \qquad (4)$$

где матрица $A^{\mathrm{T}} = (1, 1, \ldots, 1)$ состоит из единиц; весовая матрица $Q^{-1} = P^{1/2} R^{-1} P^{1/2}$; V — вектор поправок к измерениям.

Величина

$$P_{\hat{y}} = A^{\mathrm{T}} Q^{-1} A = \sum_{i=1}^{n} \sum_{j=1}^{n} q_{ij}^{(-1)}$$

является весом взвешенного среднего зависимых измерений y_i, где $q_{ij}^{(-1)}$ — элементы весовой матрицы Q^{-1}. Поэтому оценка дисперсии $\hat{y}$

$$\sigma_{\hat{y}}^2 = \frac{1}{n-1} \frac{V^{\mathrm{T}} Q^{-1} V}{P_{\hat{y}}}. \quad (5)$$

Рассмотрим более подробно случай, когда $n = 2$, т. е. проведено всего два измерения: y_1 и y_2. Обозначая для простоты коэффициент корреляции $r_{ij} = r$, имеем

$$Q^{-1} = \frac{1}{1-r^2} \begin{pmatrix} p_1 & -r\sqrt{p_1 p_2} \\ -r\sqrt{p_1 p_2} & p_2 \end{pmatrix}; \quad (6)$$

$$P_{\hat{y}} = \frac{1}{1-r^2} (p_1 - 2r\sqrt{p_1 p_2} + p_2); \quad (7)$$

$$\hat{y} = \frac{(p_1 - r\sqrt{p_1 p_2})\, y_1 + (p_2 - r\sqrt{p_1 p_2})\, y_2}{p_1 - 2r\sqrt{p_1 p_2} + p_2}. \quad (8)$$

Рассмотрим частные случаи применения формул (6)—(8).

1. При равноточных измерениях $p_1 = p_2 = p$ из (8) получим оценку $\hat{y} = (y_1 + y_2) / 2$, что вполне очевидно и не вызывает никаких возражений. Но вот с ее весом

$$P_{\hat{y}} = 2p / (1 + r) \quad (9)$$

не все так просто. Поскольку коэффициент корреляции $-1 \le r \le 1$, при его изменении от 0 до 1 вес $P_{\hat{y}}$ изменяется от $2p$ до p, что вполне разумно. При изменении же r от 0 до -1 вес $P_{\hat{y}} \ge 2p$. В пределе при $r \to -1$ вес $P_{\hat{y}} \to \infty$! Это явно не укладывается в рамки здравого смысла.

2. При неравноточных измерениях $p_1 = p = 1$, $p_2 = cp = c$, где c — некоторая константа. Тогда

$$P_{\hat{y}} = \frac{1}{1-r^2} (1 - 2r\sqrt{c} + c); \quad (10)$$

$$\hat{y} = \frac{(1 - r\sqrt{c})\, y_1 + (c - r\sqrt{c})\, y_2}{1 - 2r\sqrt{c} + c}. \quad (11)$$

Из выражения (10) следует, что при $r > 0$ вес $P_{\hat{y}} = \min$, когда $c = r_2$! Более того, когда $p_2 = c = 0$, т. е. второе измерение отсутствует, вес

$$P_{\hat{y}} = \frac{1}{1-r^2} \ge p_1, \quad (12)$$

и при $|r| \to 1$ опять приходим к совершенно абсурдному результату: $P_{\hat{y}} \to \infty$. И это при условии, что физически выполняется только одно измерение с весом $p_1 = 1$.

Из формулы (11) как частный случай можно получить, что при $c = 1 / r^2$ или $r = 1 / \sqrt{c}$ оценка $\hat{y} = y_2$, а ее вес $P_{\hat{y}} = c$, т. е. окончательные результаты не зависят от первого измерения!

3. Пусть с коэффициентом корреляции $r = 0{,}9$ дважды измерено расстояние, численные значения которого: $y_1 = 101$ м и $y_2 = 102$ м. Веса этих измерений $p_1 = 1$ и $p_2 = c = 4$. Если исходить из здравого смысла, результат $\hat{y}$, очевидно, должен лежать примерно в пределах $y_1 \le \hat{y} \le y_2$. Применяя формулу (11), получим, что $\hat{y} \approx 102{,}57$! Результат выглядит явно абсурдным, так как он оказывается больше численного значения любого из измерений. Для независимых измерений такое явление не наблюдается.

Приведенные выше примеры на первый взгляд касаются лишь некоторых экстремальных случаев, имеющих мало общего с практикой. Но здесь мы проиллюстрировали всего лишь случай двух зависимых измерений. И даже в этом элементарном примере проявились неожиданные эффекты, связанные с «искусственным» увеличением веса оцениваемой величины при сильной корреляционной зависимости измерений и абсурдности получаемых в этом случае результатов. А каких эффектов можно ожидать в обширной геодезической сети? Иначе говоря, вопрос исследования зависимых измерений и их использования на практике еще требует своего разрешения. Без всестороннего исследования учет коррелированности измерений может оказаться весьма опасным для практических целей и привести к непредсказуемым результатам.

СПИСОК ЛИТЕРАТУРЫ

1. *Кемниц Ю. В.* Математическая обработка зависимых результатов измерений. — М.: Недра, 1970. — 192 с.

2. *Ananga N., Coleman R., Rizos C.* Variance-covariance estimation of GPS networks // Bul. Geodesique. — 1994. — Vol. 68. — P. 77—87.

3. *Gerasimenko M. D., Shestakov N. V., Teruyuki Kato.* On optimal geodetic network design for fault-mechanics studies // Earth, Planets and Space. — 2000. — Vol. 52. — P. 985—987.

4. *Johnson H. O., Wyatt F. K.* Geodetic network design for fault-mechanics studies // MS geodaetica. — 1994. — Vol. 19. — P. 309—323.

АЭРОФОТОТОПОГРАФИЯ

УДК 528.936:528.4

© Г. Г. Побединский, 2002

Вопросы периодичности обновления и мониторинга топографических карт и планов как информационной составляющей систем управления территориями

Г. Г. ПОБЕДИНСКИЙ

Принятие управленческих решений различного уровня: от диспетчерских служб отдельных предприятий и организаций до органов государственной власти региона требует разработки и внедрения систем управления территориями и объектами, что в свою очередь требует картографического обеспечения.

Оперативность и точность управленческих решений во многом связаны с достоверностью картографических данных и, следовательно, с периодичностью обновления топографических карт и планов, организацией топографического мониторинга.

Определение периодичности обновления топографических карт и планов — традиционная задача для топографии и картографии [2, 10]. Существуют несколько подходов к определению периодичности, в частности:

действующие нормативные документы;

методы экспертной оценки.

Действующая схема периодичности обновления топографических карт базовых масштабов на территории Российской Федерации [9] предусматривает обновление топографических карт через 5, 10, 15 и 20 лет независимо от изменений, произошедших на местности за этот период. В соответствии с данной схемой планируются и выполняются топографо-геодезические работы для государственных нужд производственными предприятиями Федеральной службы геодезии и картографии России.

Действующие нормативные документы — Основные положения по созданию и обновлению топографических карт [5] и Руководство по картографическим и картоиздательским работам [8] — предусматривают одну из базовых технологий обновления в зависимости от важности и объема изменившихся объектов и элементов местности, появление или исчезновение которых существенно влияет на принимаемые решения. При